



# Họ các nhóm điểm $S_n$

Bởi:

Nguyễn Văn Hiệu

Ta định nghĩa phép quay – phản xạ gương  $S_n$  là tổ hợp của phép quay  $C_n$  quanh một trục nào đó và phép phản xạ gương  $\sigma_h$  qua một mặt phẳng gương  $\sigma_h$  trục giao với trục quay. Bây giờ trục quay này được gọi là trục quay – phản xạ gương  $S_n$ . Vì  $C_n$  và  $\sigma_h$  giao hoán với nhau nên thứ tự của chúng trong định nghĩa của  $S_n$  không quan trọng.

$$S_n = C_n \sigma_h = \sigma_h C_n \quad (25)$$

Vì rằng

$$\sigma_h^2 = E$$

cho nên

$$S_n^2 = C_n^2 \quad (26)$$

Nhóm vòng sinh ra bởi các phép quay – phản xạ gương  $S_n$  gọi là nhóm  $S_n$ . Theo công thức (26) nhóm giao hoán  $S_n$  chứa tất cả các phép quay – phản xạ gương lẫn các phép quay nếu  $n > 2$ . Trong trường hợp đặc biệt  $n = 2$  ta có

$$S_n^2 = C_n^2 = E$$

cho nên nhóm vòng  $S_2$  chỉ có hai yếu tố là  $E$  và  $S_2$ . Theo công thức  $\sigma_h C_2 = C_2 \sigma_h = i$  ta lại có  $S_2 = i$ . Vậy nhóm  $S_2$  trùng với nhóm  $C_2$  đã trình bày ở trên. Xét trường hợp  $n = 3$ . Nhóm giao hoán  $S_3$  có sáu yếu tố khác nhau sau đây:  $E, S_3 = \sigma_h C_3, S_3^2 = C_3^2, S_3^3 = C_3, S_3^4 = \sigma_h, S_3^5 = C_3^4, S_3^6 = \sigma_h C_3^2$ . Đó chính là sáu yếu tố của nhóm  $C_3h$  đã trình bày ở trên. Vậy chỉ có hai nhóm  $S_n$  với  $n = 4$  và  $n = 6$  là hai nhóm mới.

1) Nhóm  $S_4$  là nhóm giao hoán gồm bốn yếu tố  $E, S_4 = \sigma_h C_4, S_4^2 = C_2, S_4^3 = S_4^{-1}$ , vì rằng  $S_4^4 = E$ . Chỉ có một yếu tố đối xứng là trục quay – phản xạ gương  $S_4$ .

Họ các nhóm điểm  $S_n$

2) Nhóm  $S_6$  là nhóm giao hoán gồm sáu yếu tố  $E$ ,  $S_6 = \sigma_h C_6$ ,  $S_6^2 = C_3$ ,  $S_6^3 = \sigma_h C_2 = i$ ,  $S_6^4 = C_3^{-1}$ ,  $S_6^5 = \sigma_h C_6^{-1}$ . Ngoài trục quay – phản xạ gương  $S_6$  còn có một yếu tố đối xứng nữa là tâm nghịch đảo  $i$  nằm trên trục quay  $S_6$ .